Aufgaben zur relativen Häufigkeit

1 50% der Beschäftigten einer Baufirma rauchen Zigaretten, 35% Pfeife und 30% rauchen beides. Sonst wird nichts geraucht.

Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten der folgenden Ereignisse.
A: „nur Pfeife rauchen“
B: „entweder Zigaretten oder Pfeife rauchen“
C: „keines von beiden rauchen“
D: „Zigaretten oder Pfeife rauchen“

2 Von 100 Personen sprechen 60 Englisch und 70 Französisch. Jede Person spricht wenigstens eine dieser Sprachen.
Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten der folgenden Ereignisse.
A: „Person spricht Englisch und Französisch“
B: „Person spricht nur Englisch“
C: „Person spricht entweder Englisch oder Französisch“

3 Eine Mathematikschulaufgabe hatte die folgende Notenverteilung

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	3	4	7	6	4	1

Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten der einzelnen Noten.

4.0 Aus der Produktion eines Verbrauchsartikels werden 225 Stück überprüft.
76% der Artikel können ohne Beanstandung weiter geleitet werden, drei werden als Abfall ausgesondert und der Rest wird überarbeitet.

4.1 Bestimmen Sie den Prozentsatz des Abfalls.

4.2 Berechnen Sie die relative Häufigkeit der Artikel, die überarbeitet werden müssen.

5.0 125 Schüler der Oberstufe werden nach ihrer Teilnahme am Wahlunterricht in Italienisch (I) und in Spanisch befragt.
Man erhält die folgenden Angaben: 30 Schüler besuchen Italienisch und 20 Spanisch, wobei sechs Schüler an beiden Wahlkursen teilnehmen.

5.1 Bestimmen Sie die relative Häufigkeit der Schüler, die
(1) an Italienisch
(2) nur an Italienisch
(3) nur an Spanisch
(4) an keinem von beiden Kursen teilnehmen.

5.2 Beschreiben Sie das Ereignis E: „Schüler nehmen entweder an Italienisch oder an Spanisch teil“ mit den Ereignissen I und S und berechnen Sie seine relative Häufigkeit.

6 1989 bezeichneten sich 28% der Bundesbürger als Raucher. Der Männeranteil in der Bevölkerung war 47% und der Anteil der weiblichen Nichtraucher 42%.
Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten für folgende Ereignisse.
A: „männlicher Raucher“; B: „weiblicher Raucher“; C: „Raucher oder weiblich“

7.0 Für einen Autohersteller soll untersucht werden, ob weibliche Autofahrer Cabrios eher bevorzugen als männliche. Dazu wird eine Stichprobe von 200 PKW betrachtet. 60 Fahrerinnen (W) wurden gezählt, davon drei in einem Cabrio (C). Insgesamt gab es 10 Cabrios in der Stichprobe. Ein beliebiger PKW aus den 200 wird herausgegriffen.
(Abitur 2010 SII)

7.1 Beschreiben Sie die Ereignisse

$E_5 = \overline{W} \cup \overline{C}$

$E_6 = \overline{W \cup \overline{C}}$

möglichst einfach mit Worten.

7.2 Bestimmen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel $P(E_5)$ und $P(E_6)$.

7.3 Kann aus der Untersuchung gefolgert werden, dass Frauen häufiger Cabrios bevorzugen als Männer ? Begründen Sie Ihre Antwort.

8.0 Jeder Mensch hat genau eine der vier Blutgruppen 0, A, B oder AB. Dies gilt natürlich auch für die circa 80,7 Millionen Einwohner Deutschlands.

8.1 Circa 41 % besitzen Blutgruppe 0 und circa 43 % Blutgruppe A.
Bestimmen Sie die absoluten Häufigkeiten.

8.2 Ungefähr 9,0 Millionen Bürger haben Blutgruppe B, 4,1 Millionen die Blutgruppe AB.
Bestimmen Sie die relativen Häufigkeiten.

8.3 Bestimmen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten für folgende Ereignisse:
F: „Personen mit Blutgruppe A oder 0.“
G: „Personen, die nicht Blutgruppe B haben.“
$H = \overline{F}$
$K = F \cup G$
$L = F \cap G$

9.0 Von den 250 erwachsenen Einwohnern eines kleinen Dorfes bei Rosenheim besitzen 180 einen Autoführerschein (A) und 55 einen Motorradführerschein (M). 23 Personen haben die Fahrerlaubnis für Motorrad und Auto.
Tragen Sie die absoluten Häufigkeiten in die Vierfeldertafel ein und bestimmen Sie:

9.1 wie viele Einwohner keinen Führerschein besitzen.

9.2 wie viele Einwohner mindestens einen Führerschein besitzen.

10.0 Von 50 Teilnehmern an der Prüfung zur Fachholschulreife erreichten 4 ein „sehr gut“, 12 ein „gut“, 18 ein „befriedigend“, 10 ein „ausreichend“, 5 ein „mangelhaft“ und 1 ein „ungenügend“.

10.1 Ermitteln Sie die relativen Häufigkeiten der Prüfungsergebnisse.

10.2 Bestimmen Sie die absoluten und relativen Häufigkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Das Prüfungsergebnis war mindestens gut.“

B: „Der Teilnehmer hat die Prüfung nicht bestanden.“

C: „Die Prüfungsnote ist besser als 6.“

$D = A \cap B$

$F = B \cap A$

$G = B \cap C$

11.0 Eine Langzeituntersuchung des TÜV hat ergeben, dass 10 % aller vorgeführten PKWs wegen größerer Mängel keine TÜV-Plakette erhalten. Unter diesen PKWs waren 70 % älter als acht Jahre. Insgesamt sind 31 % der vorgeführten PKW älter als acht Jahre und erhalten eine TÜV-Plakette (sind also fahrbereit).

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

A: „Fahrzeug ist älter als acht Jahre.“

F: „Fahrzeug ist fahrbereit (besteht die TÜV-Untersuchung).“

11.1 Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

11.2 Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten der folgenden Ereignisse und beschreiben Sie diese gegebenenfalls mit eigenen Worten:

$B = A \cup F$

$C = \overline{A \cap F}$

$D = \overline{\overline{A} \cup F}$

E: „Das untersuchte Fahrzeug ist jünger als acht Jahre und erhält keine Plakette.“

12.0 Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

12.1 Die absolute Häufigkeit des Ergebnisraumes beträgt immer 1.

12.2 Es gilt: $h_n(E) = \frac{H_n(E)}{n}$.

12.3 Sind zwei Ereignisse unvereinbar, so ist die relative Häufigkeit ihrer Schnittmenge gleich 0.

13.0 Aus einer Reihe von Untersuchungen an Grundschulkindern ist Folgendes bekannt: Bei 12 % wurden Haltungsschäden (H) diagnostiziert, 15 % haben Übergewicht, wobei 1/3 der übergewichtigen Schüler auch über Haltungsschäden klagen.

13.1 Erstellen Sie eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

13.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (geben Sie diese Ereignisse auch als Ereignisverknüpfung an).

A: „Das Grundschulkind hat Übergewicht, aber keine Haltungsschäden.“

B: „Das Grundschulkind ist nicht übergewichtig.“

C: „Das Grundschulkind hat keine der untersuchten Auffälligkeiten.“

D: „Das Grundschulkind zeigt genau eine der beiden Auffälligkeiten.“

14.0 Erstellen Sie die jeweils passende Vierfeldertafel für die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A und B, wenn folgende Wahrscheinlichkeiten und Informationen bekannt sind.

14.1 $P(A) = 0{,}5$ $\quad P(\overline{A} \cup B) = 0{,}7$ $\quad P(\overline{A} \cap B) = 0{,}4$

14.2 $P(B) = 0{,}6$ $\quad P(A \cup B) = 0{,}75$ $\quad$ A und B sind unvereinbar

14.3 $P(\overline{A} \cup B) = 0{,}85$ $\quad P(B) = 0{,}63$ $\quad P(A \cap B)$ ist doppelt so groß wie $P(\overline{A} \cap B)$

15 Betrachtet wird ein Zufallsexperiment. A und B sind zwei beliebige vereinbare Ereignisse von Ω, die stochastisch unabhängig sind. Es gilt: $P(A \cap B) = 0{,}42$ und $P(B) = 0{,}7$.

Erstellen Sie für dieses Zufallsexperiment eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

(Abitur 2020 Nachtermin Teil 1)

16 Für zwei gegebene Ereignisse A und B gilt: $P(\overline{A}) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = 0$ und $P(A \cup B) = \frac{4}{9}$.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B)$, z.B. mithilfe einer Vierfeldertafel.

(Abitur 2021 Teil 1)

17 Dem Freizeitpark ist ein Campingplatz angegliedert, auf dem die Parkbesucher übernachten können. Nach Angaben des Betreibers nutzen 15 % aller Parkbesucher diese Übernachtungsmöglichkeit (C). 60 % aller Besucher kommen in den Schulferien (F) in den Freizeitpark. Von diesen nutzen 20 % das Übernachtungsangebot. Ermitteln Sie unter Verwendung einer Vierfeldertafel die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Parkbesucher den Park außerhalb der Ferien besucht und die angegliederte Übernachtungsmöglichkeit in Anspruch nimmt. (Abitur 2021 SI)

Lösungen

1) Vierfeldertafel:

	Z	$\overline{Z}$	
P	0,3	0,05	0,35
$\overline{P}$	0,2	0,45	0,65
	0,5	0,5	1

$h(A) = h(P \cap \overline{Z}) = 0{,}05$

$h(B) = h((\overline{P} \cap Z) \cup (P \cap \overline{Z})) = h(\overline{P} \cap Z) + h(P \cap \overline{Z}) = 0{,}2 + 0{,}05 = 0{,}25$

$h(C) = h(\overline{P} \cap \overline{Z}) = 0{,}45$

$h(D) = h(P \cup Z) = h(P) + h(Z) - h(P \cap Z) = 0{,}35 + 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}55$

2) Vierfeldertafel:

	E	$\overline{E}$	
F	0,3	0,4	0,7
$\overline{F}$	0,3	0	0,3
	0,6	0,4	1

$h(A) = h(F \cap E) = 0{,}3$

$h(B) = h(\overline{F} \cap E) = 0{,}3$

$h(C) = h((\overline{F} \cap E) \cup (F \cap \overline{E})) = h(\overline{F} \cap E) + h(F \cap \overline{E}) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$

3)

Note	1	2	3	4	5	6
relative Häufigkeit	$\frac{3}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{25}$

4.1 $\frac{3}{225}$

4.2 Anzahl der Artikel, die überarbeitet werden müssen:

$$225-225\cdot 0{,}76-3=225-171-3=51$$

$$\Rightarrow h_{225}(\text{Überarbeitung})=\frac{51}{225}=0{,}22667=22{,}67\%$$

5.1 Vierfeldertafel:

	S	$\bar{S}$	
I	6	24	30
$\bar{I}$	14	81	95
	20	105	125

(1) $h_{125}(I)=\frac{30}{125}=0{,}24$ (2) $h_{125}(I\cap\bar{S})=\frac{24}{125}=0{,}192$

(3) $h_{125}(\bar{I}\cap S)=\frac{14}{125}=0{,}112$ (4) $h_{125}(\bar{I}\cap\bar{S})=\frac{81}{125}=0{,}648$

5.2 $E = (I \cap \overline{S}) \cup (\bar{I} \cap S)$

$$h_{125}(E) = \frac{24}{125} + \frac{14}{125} = 0{,}192 + 0{,}112 = 0{,}304$$

6) Vierfeldertafel:

	M	$\overline{M}$	
R	17%	11%	28%
$\overline{R}$	30%	42%	72%
	47%	53%	100%

$$h_n(A) = h_n(R \cap M) = 17\%; \quad h_n(B) = h_n(R \cap \overline{M}) = 11\%$$

$$h_n(C) = h_n(R \cup \overline{M}) = h_n(R) + h_n(\overline{M}) - h_n(R \cap \overline{M}) = 28\% + 53\% - 11\% = 70\%$$

7.1 E_5: Ein PKW wird von einem Mann gesteuert oder ist kein Cabrio.

$$E_6 = \overline{W \cup \overline{C}} = \overline{W} \cap \overline{\overline{C}} = \overline{W} \cap C$$

E_6: Ein Cabrio wird von einem Mann gesteuert.

7.2

	C	$\overline{C}$	
W	0,015	0,285	0,3
$\overline{W}$	0,035	0,665	0,7
	0,05	0,95	1

$$P(E_5) = P(\overline{W}) + P(\overline{C}) - P(\overline{W} \cap \overline{C}) = 0,7 + 0,95 - 0,665 = 0,985$$

$$P(E_6) = 0,035$$

7.3 Anteil Cabriofahrerinnen bei den Frauen: $\frac{3}{60} = 0,05$

Anteil Cabriofahrer bei den Männern: $\frac{7}{140} = 0,05$

Es kann nicht gefolgert werden, dass Frauen eher Cabrios bevorzugen als Männer.

8.1

$$H(\text{Blutgruppe 0}) = 0,41 \cdot 80,7 \approx 33,1 \text{ Millionen}$$

$$H(\text{Blutgruppe A}) = 0,43 \cdot 80,7 \approx 34,7 \text{ Millionen}$$

8.2

$$h(\text{Blutgruppe B}) = \frac{9,0}{80,7} \approx 0,112 = 11,2\%$$

$$h(\text{Blutgruppe AB}) = \frac{4,1}{80,7} \approx 0,051 = 5,1\%$$

8.3

$h(F) = 0,41 + 0,43 = 0,84 = 84\%$ $\quad$ $H(F) = 0,84 \cdot 80,7 \approx 67,8$ Millionen

$h(G) = 1 - h(B) \approx 1 - 0,112 = 0,888 = 88,8\,\%$ $\quad$ $H(G) = 0,888 \cdot 80,7 \approx 71,7$ Millionen

$h(H) = 1 - h(F) \approx 1 - 0,84 = 0,16 = 16\,\%$ $\quad$ $H(H) = 0,16 \cdot 80,7 \approx 12,9$ Millionen

$h(K) = h(F \cup G) = h(G) = 0,888 = 88,8\,\%$ $\quad$ $H(K) = 0,888 \cdot 80,7 \approx 71,7$ Millionen

$h(L) = h(F \cap G) = h(F) = 0,84 = 84\,\%$ $\quad$ $H(L) = 0,84 \cdot 80,7 \approx 67,8$ Millionen

9.1

	A	$\overline{A}$	
M	23	32	55
$\overline{M}$	157	38	195
	180	70	250

Keinen Führerschein ($\overline{A} \cap \overline{M}$) haben 38 Einwohner.

9.2 Mindestens einen Führerschein besitzen 23 + 32 + 157 = 212 Einwohner.

10.1

Note	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	4	12	18	10	5	1
relative Häufigkeit	0,08	0,24	0,36	0,2	0,1	0,02

10.2

$H(A)=16 \qquad h(A)=\frac{16}{50}=0{,}32=32\,\%$

$H(B)=6 \qquad h(B)=\frac{6}{50}=0{,}12=12\,\%$

$H(C)=49 \qquad h(C)=\frac{49}{50}=0{,}98=98\,\%$

$H(D)=0 \qquad h(D)=0$

$H(F)=H(A)=16 \qquad h(F)=\frac{16}{50}=0{,}32=32\,\%$

$H(G)=5 \qquad h(G)=\frac{5}{50}=0{,}1=10\,\%$

11.1

	F	$\overline{F}$	
A	0,31	0,07 $(0{,}7\cdot 0{,}1)$	0,38
$\overline{A}$	0,59	0,03	0,62
	0,90	0,1	1

11.2

$B=A\cup F \qquad \Rightarrow h(B)=h(A)+h(F)-h(A\cap F)=0{,}38+0{,}9-0{,}31=0{,}97=97\,\%$

$C=\overline{A\cap F} \qquad \Rightarrow h(C)=1-h(A\cap F)=1-0{,}31=0{,}69=69\,\%$

$D=\overline{\overline{A}\cup F}=A\cap\overline{F} \qquad \Rightarrow h(A\cap\overline{F})=0{,}07=7\,\%$

$E=\overline{A}\cap\overline{F} \qquad \Rightarrow h(\overline{A}\cap\overline{F})=0{,}03=3\,\%$

12.1 Falsch. Die Aussage gilt nur für relative Häufigkeiten.

12.2 Richtig.

12.3 Richtig.

13.1

	H	$\overline{H}$	
$Ü$	0,05	0,1	0,15
$\overline{Ü}$	0,07	0,78	0,85
	0,12	0,88	1

13.2

$A = Ü \cap \overline{H}$ $\qquad P(A) = 0{,}1$

$B = \overline{Ü}$ $\qquad P(B) = 0{,}85$

$C = \overline{Ü} \cap \overline{H}$ $\qquad P(C) = 0{,}78$

$D = (H \cap \overline{Ü}) \cup (\overline{H} \cap Ü)$ $\qquad P(D) = 0{,}07 + 0{,}1 = 0{,}17$

14.1

	A	$\overline{A}$	
B	0,2	0,4	0,6
$\overline{B}$	0,3	0,1	0,4
	0,5	0,5	1

14.2

	A	$\overline{A}$	
B	0	0,6	0,6
$\overline{B}$	0,15	0,25	0,4
	0,15	0,85	1

A und B unvereinbar, d.h. $A \cap B = \{\ \} \Rightarrow P(A \cap B) = 0$

14.3

	A	$\overline{A}$	
B	0,42	0,21	0,63
$\overline{B}$	0,15	0,22	0,37
	0,57	0,43	1

15

	A	$\overline{A}$	
B	0,42	0,28	0,7
$\overline{B}$	0,18	0,12	0,3
	0,6	0,4	1

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B) \quad \Rightarrow P(A)=\frac{0,42}{0,7}=0,6$$

16

	A	$\overline{A}$	
B	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\overline{B}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{9}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad \Rightarrow P(B)=\frac{4}{9}-\frac{1}{3}+0=\frac{1}{9}$$

17

	C	$\overline{C}$	
F	0,12	0,48	0,60
$\overline{F}$	0,03	0,37	0,4
	0,15	0,85	1

$P\left(\overline{F}\cap C\right)=0{,}03$